# Obliczenia i systemy inspirowane biologicznie

## WYKŁAD 4

# Idea automatów komórkowych

- Automaty komórkowe mogą być charakteryzowane w ogólności przez:
  - struktury sieci,
  - obiekty umieszczone w tych sieciach,
  - zbiory reguł rządzące ewolucją tych obiektów.
- Każdemu obiektowi w sieci przypisany jest kolor.
- W drodze ewolucji kolory obiektów są synchronicznie modyfikowane.

# Idea automatów komórkowych

- Historia
  - przełom lat 40-tych i 50-tych XX wieku: Stanisław Ulam, John von Neumann
  - lata 60-te XX wieku: John Horton Conway: *Gra w życie* (model rodzenia się, ewolucji i śmierci kolonii żywych organizmów, np. bakterii)
  - Edgar Frank Codd (twórca relacyjnego modelu baz danych)
  - lata 80-te XX wieku: Stephen Wolfram (twórca oprogramowania Mathematica)

# Gra w życie

- Przestrzeń: dwuwymiarowa plansza podzielona na kwadratowe komórki.
- W każdej komórce umieszczona jest dokładnie jedna bakteria. Może ona być żywa lub martwa.
- Płynący czas jest dyskretny.
- W kolejnych chwilach czasu, występują kolejne pokolenia kolonii bakterii.
- Gra rozpoczyna się od umieszczenia w komórkach planszy pierwszego pokolenia żywych bakterii.

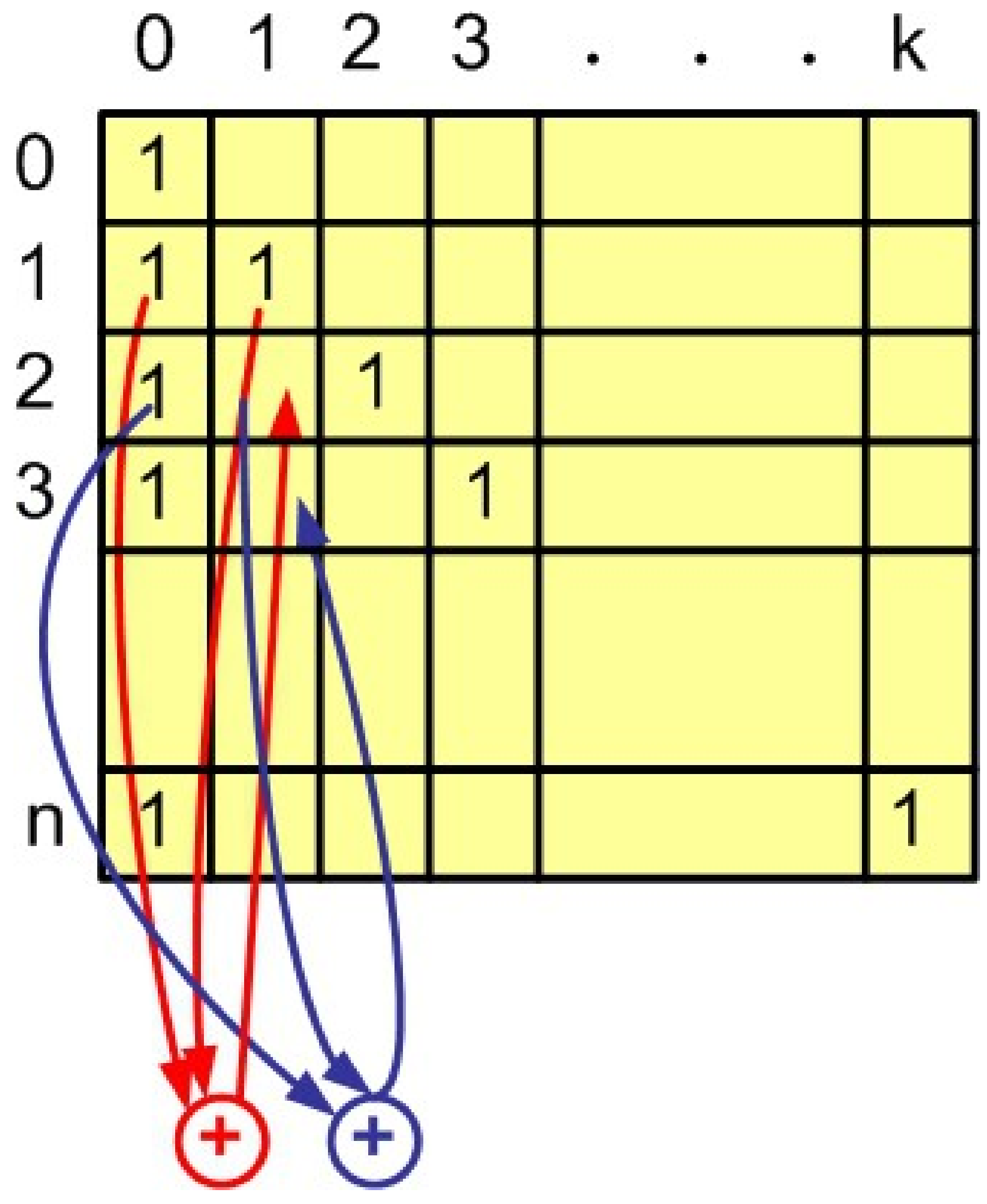
# Gra w życie

- Następne pokolenie kolonii bakterii powstaje z pokolenia pierwszego w wyniku zastosowania reguł gry.
- W ogólności, każde następne pokolenie powstaje z pokolenia poprzedniego.
- Możliwe reguły:
  - bakteria przeżywa do następnej generacji,
  - w miejsce martwej bakterii, rodzi się nowa bakteria,
  - żywa bakteria umiera.

# Gra w życie

- To, która reguła jest zastosowana dla danej komórki, zależy od stanów bakterii w sąsiedztwie tej komórki (komórki wewnętrzne mają ośmiu najbliższych sąsiadów):
  - żywa bakteria, która nie ma żadnego lub ma tylko jednego żywego sąsiada umiera z osamotnienia,
  - żywa bakteria, która ma dwóch lub trzech żywych sąsiadów przeżywa gdyż jest szczęśliwa,
  - martwa bakteria, która ma dokładnie trzech żywych sąsiadów odżywa,
  - żywa bakteria, która ma czterech lub więcej sąsiadów umiera z zatłoczenia.

# Trójkąt Pascala



# Automaty komórkowe

- Struktura:
  - *n* wymiarowa dyskretna krata komórek
    - możliwe są automaty komórkowe: jednowymiarowe (1D), dwuwymiarowe (2D), trójwymiarowe (3D), ..., *n* wymiarowe (nD)
  - komórki mogą mieć różne kształty
    - w przypadku automatów 2D, komórki mogą mieć kształty np. trójkątne, kwadratowe, sześciokątne
    - w przypadku automatów 3D, komórki mogą mieć kształty np. sześcianów, dwunastościanów rombowych

# Automaty komórkowe

- Struktura (cd.):
  - homogeniczność komórek
    - w danym automacie komórki mają taki sam kształt
  - regularność
    - siatka jest całkowicie zapełniona przez komórki

# Automaty komórkowe

- Warunki brzegowe:
  - periodyczne
    - komórka leżącą na jednym brzegu siatki ma za sąsiada komórkę leżącą na drugim brzegu siatki
  - zamknięte
    - komórkom na brzegach siatki przypisane są stałe kolory

# Automaty komórkowe

- Klasyfikacja wg. Wolframa:
  - Klasa I
    - ewoluują do czasu, kiedy wszystkie komórki osiągną identyczny kolor niezależnie od kolorów początkowych
  - Klasa II
    - ewoluują do stabilnego stanu kolorów komórek lub okresowych wzorców kolorów komórek
  - Klasa III
    - ewoluując nie wykazują żadnych wzorców
  - Klasa IV
    - ewoluując wykazują bardziej złożone zachowanie

# Jednowymiarowy automat komórkowy

- Jednowymiarowy automat komórkowy zawiera jeden wiersz kolorowanych komórek.
- Każda komórka może przyjąć jeden z kolorów (wartości) ze skończonego zbioru możliwych kolorów.
- Kolory przyjmowane przez komórki aktualizowane są w dyskretnych chwilach czasowych zgodnie z deterministycznymi regułami uwzględniającymi lokalne sąsiedztwo komórek.

# Jednowymiarowy automat komórkowy

- $a_i^{(t)}$ - kolor w *i*-tym miejscu w chwili czasowej *t*.
- Alfabet - zbiór możliwych kolorów, które mogą przyjmować komórki:

$$S=\{0,1,\ldots,k\}$$

- Liczba *k* kolorów (odróżnialnych stanów) jest ustalona.
- Najczęściej *k* jest liczbą całkowitą. Rozważane są również automaty komórkowe z ciągłym zakresem możliwych kolorów.

# Binarny automat komórkowy

- W najprostszym przypadku $k$=2 → binarny automat komórkowy.
- W przypadku binarnego automatu komórkowego, przyjmuje się, że
  - kolor 0 jest kolorem białym,
  - kolor 1 jest kolorem czarnym.

# Zbiór konfiguracji automatu

- Możliwe sekwencje kolorów ze zbioru $S$ definiują zbiór $\Sigma$ konfiguracji $A^{(t)}$ automatu komórkowego.
- Najczęściej: $\Sigma = S^Z$ lub $\Sigma = S^N$

# Reguły przejść

- W każdej chwili czasowej, kolor każdej komórki jest uaktualniany w zależności od kolorów sąsiedztwa 2*r*+1 wokół tej komórki na podstawie reguły przejść:

$$\phi : S^{2r+1} \rightarrow S$$

- Kolor *i*-tego stanu wyznaczany jest na podstawie reguły przejść:

$$a_i^{(t)} = \phi\left(a_{i-r}^{(t-1)}, a_{i-r+1}^{(t-1)}, \ldots, a_{i+r}^{(t-1)}\right)$$

# Globalne odwzorowanie

$$\Phi : \Sigma \rightarrow \Sigma$$

W ogólności:

$$A^{(t+1)} = \Phi\, A^{(t)} \subseteq \Omega^{(t+1)}$$

gdzie $\Omega^{(t)} = \Phi^t\, \Sigma$ jest zbiorem konfiguracji wygenerowanych po *t* iteracjach (tj. *t* zastosowaniach *Φ*)

# Liczba automatów komórkowych

- Liczba wszystkich możliwych różnych automatów komórkowych:

$$k^{k^{2r+1}}$$

- Przykład:
  - dla binarnego automatu komórkowego ($k$=2) i $r$=2:

4 294 967 296

# Elementarny automat komórkowy

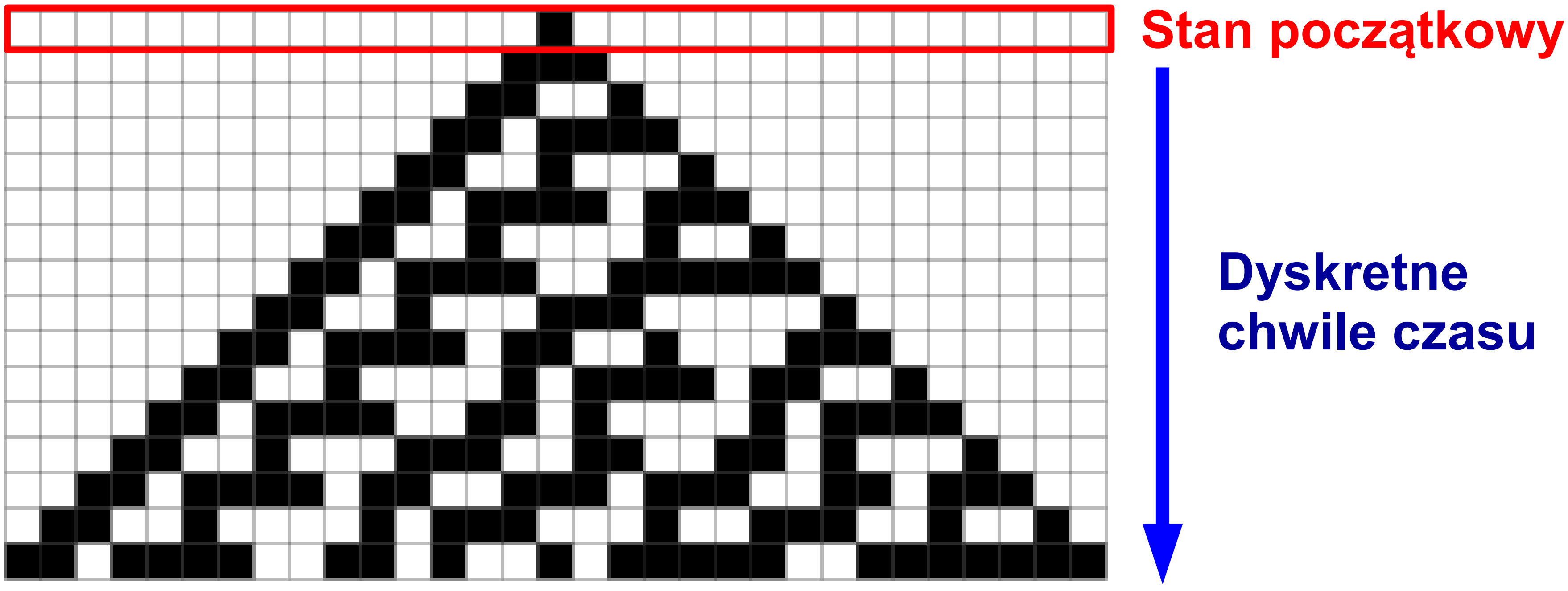
- Elementarny automat komórkowy jest najprostszym typem automatu komórkowego.
- Elementarny automat komórkowy jest:
  - jednowymiarowy
  - binarny, tj. $k = 1$
  - z najbliższym sąsiedztwem, tj. $r = 1$
- Istnieje 256 wszystkich możliwych różnych elementarnych automatów komórkowych.

# Elementarny automat komórkowy

- Przykład reguły przejść (Wolfram: Reguła 30):
  - $000 \rightarrow 0$
  - $001 \rightarrow 1$
  - $010 \rightarrow 1$
  - $011 \rightarrow 1$
  - $100 \rightarrow 1$
  - $101 \rightarrow 0$
  - $110 \rightarrow 0$
  - $111 \rightarrow 0$

# Elementarny automat komórkowy

- Przykład ewolucji (Wolfram: Reguła 30):



# Automaty komórkowe - źródła

- WolframMathWorld

**http://mathworld.wolfram.com/topics/CellularAutomata.html**

- Atlas reguł dla elementarnych automatów komórkowych:

**http://atlas.wolfram.com/01/01/**

# Formalna definicja automatu komórkowego

$$A = (\alpha, S, r, \phi)$$

$\alpha$ - struktura

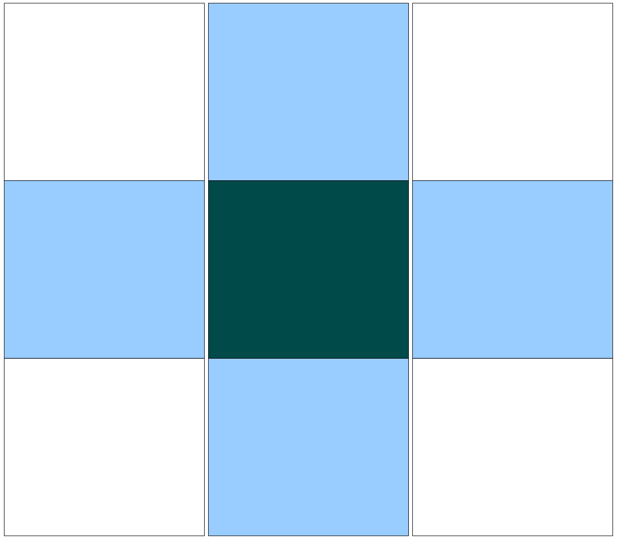
- $S$ - skończony zbiór możliwych kolorów
- $r$ - rozmiar sąsiedztwa
- $\phi$ - reguła przejścia

Dodatkowo definiujemy:

- warunki brzegowe
- stan początkowy

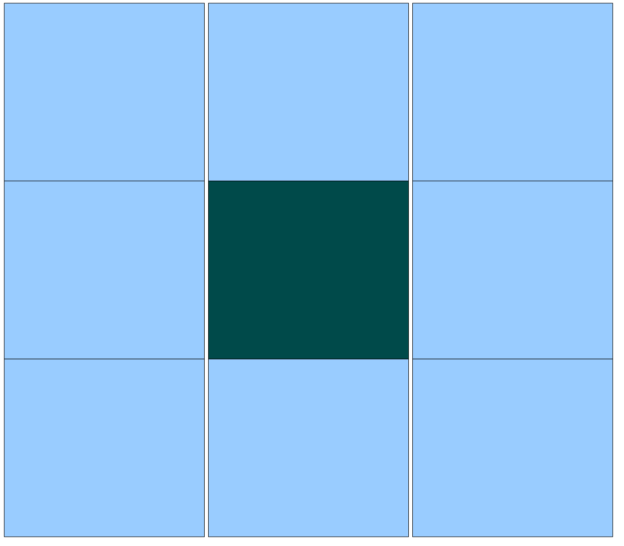
# Dwuwymiarowe automaty komórkowe

- Sąsiedztwo von Neumann'a



# Dwuwymiarowe automaty komórkowe

- Sąsiedztwo Moore'a



# Zastosowania

- Modelowanie i symulacje komputerowe zjawisk fizycznych:
  - np. zagadnienia dynamiki nieliniowej
- Sztuczna inteligencja
  - np. sztuczne życie