

Programowanie współbieżne i rozproszone

WYKŁAD 10

Sieci Petriego

Sieci Petriego są graficznym i matematycznym narzędziem do modelowania różnego rodzaju zjawisk, w których znaczącą rolę odgrywają czynności wykonywane współbieżnie.

Sieci miejsc i tranzycji (PT-sieci)

$$N=(P,T,F,K,W,M_0)$$

- P - niepusty, skończony zbiór miejsc.
- T - niepusty, skończony zbiór tranzycji.
- F - relacja opisująca zbiór łuków skierowanych sieci (od miejsc do tranzycji i od tranzycji do miejsc).
- K - funkcja określająca pojemność miejsc (dla każdego miejsca określa maksymalną liczbę znaczników, które miejsce może zawierać).

Sieci miejsc i tranzycji (PT-sieci)

$$N=(P,T,F,K,W,M_0)$$

c.d.:

- W - funkcja określająca wagę (krotność) łuków skierowanych.
- M_0 - funkcja określająca znakowanie początkowe miejsc (dla każdego miejsca określa liczbę znaczników, które miejsce zawiera na początku).

Sieci miejsc i tranzycji (PT-sieci)

$$N = (P, T, F, K, W, M_0)$$

$$P = \{p_1, p_2, \dots, p_k\}$$

$$T = \{t_1, t_2, \dots, t_q\}$$

$$F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$$

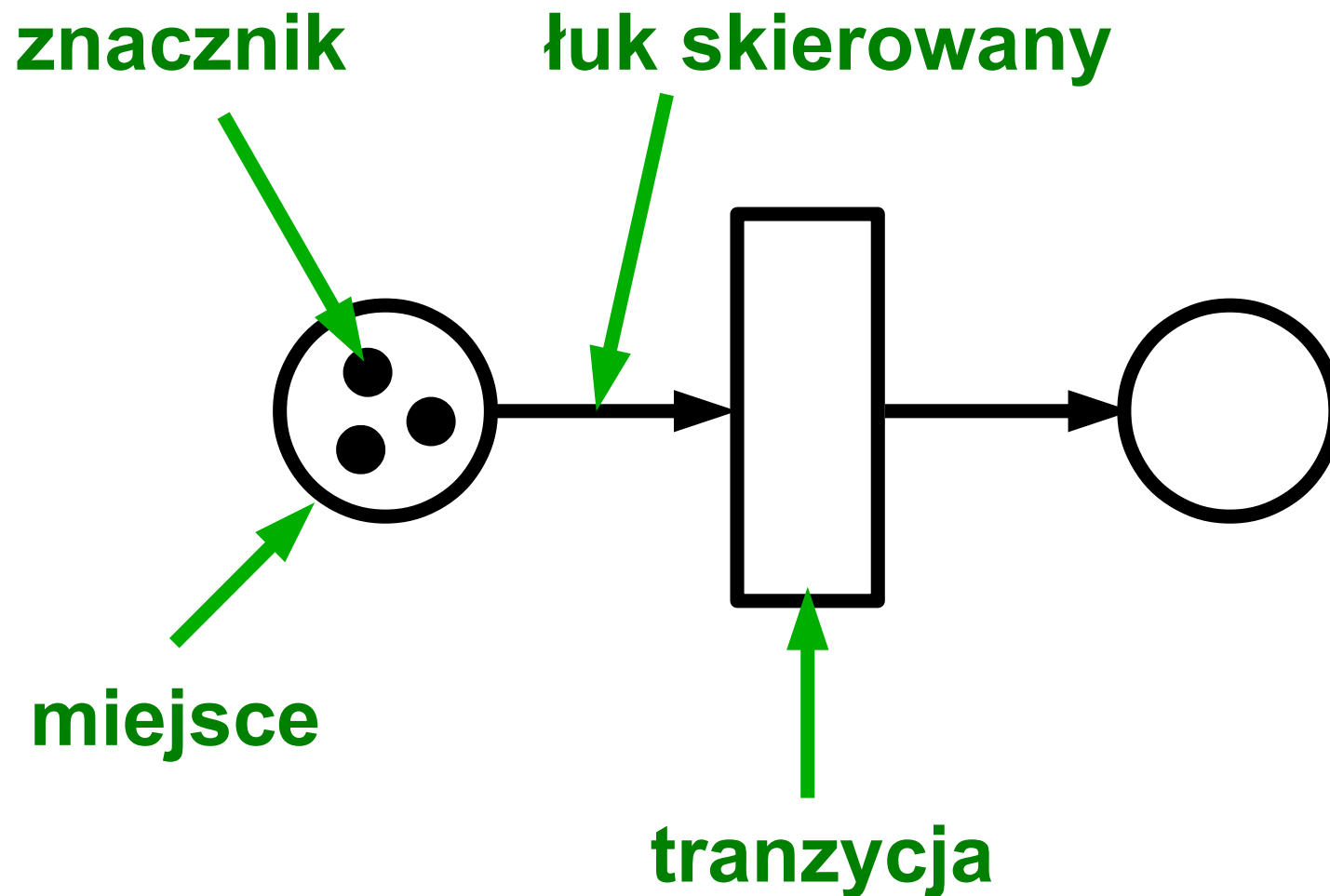
$$K: P \rightarrow N \cup \{\infty\}$$

$$W: F \rightarrow N$$

$$M_0: P \rightarrow N \cup \{0\}$$

$$\forall_{p \in P} M_0(p) \leq K(p)$$

Sieci miejsc i tranzycji (PT-sieci)



Sieci miejsc i tranzycji (PT-sieci)

- **Znakowanie sieci** – dowolne odwzorowanie

$$M : P \rightarrow N \cup \{0\}$$

takie, że spełniony jest warunek:

$$\forall_{p \in P} M(p) \leq K(p)$$

Sieci miejsc i tranzycji (PT-sieci)

- Każdemu miejscu $p \in P$ można przyporządkować parę liczb

$$(t^-(p), t^+(p))$$

takich, że:

- pierwszy element pary jest liczbą znaczników odbieranych przez tranzycję t miejscu p ,
- drugi element pary jest liczbą znaczników dodawanych przez tranzycję t miejscu p ,

Sieci miejsc i tranzycji (PT-sieci)

$$t^{-}(p) = \left\{ \begin{array}{ll} W(p, t) & \text{gdy } (p, t) \in F \\ 0 & \text{w przeciwnym razie} \end{array} \right\}$$

$$t^{+}(p) = \left\{ \begin{array}{ll} W(p, t) & \text{gdy } (t, p) \in F \\ 0 & \text{w przeciwnym razie} \end{array} \right\}$$

Sieci miejsc i tranzycji (PT-sieci)

$$\mathbf{t}^- = [t^-(p_1), t^-(p_2), \dots, t^-(p_k)]$$

$$\mathbf{t}^+ = [t^+(p_1), t^+(p_2), \dots, t^+(p_k)]$$

$$\mathbf{M} = [M(p_1), M(p_2), \dots, M(p_k)]$$

$$\mathbf{K} = [K(p_1), K(p_2), \dots, K(p_k)]$$

Sieci miejsc i tranzycji (PT-sieci)

- **Słaba reguła odpalania tranzycji:**
 - Tranzycja t może być odpalona przy znakowaniu M wtedy i tylko wtedy, gdy:

$$t^- \leq M$$

- **Średnia reguła odpalania tranzycji:**
 - Tranzycja t może być odpalona przy znakowaniu M wtedy i tylko wtedy, gdy:

$$(t^- \leq M) \wedge (M - t^- + t^+ \leq K)$$

Sieci miejsc i tranzycji (PT-sieci)

- **Mocna reguła odpalania tranzycji:**
 - Tranzycja t może być odpalona przy znakowaniu M wtedy i tylko wtedy, gdy:

$$(t^- \leq M) \wedge (M + t^+ \leq K)$$

Sieci miejsc i tranzycji (PT-sieci)

- **Odpalanie tranzycji:**

- Odpalenie tranzycji t przy znakowaniu M skutkuje nowym znakowaniem M' takim, że:

$$M' = M - t^- + t^+$$

Sieci miejsc i tranzycji (PT-sieci)

- **Znakowanie osiągalne:**

- Znakowanie sieci, które można otrzymać ze znakowania M poprzez odpalenie skończonej sekwencji tranzycji nazywamy znakowaniem osiągalnym.
- Zbiór wszystkich znakowań osiągalnych ze znakowania M oznaczamy przez:

$$[M >$$

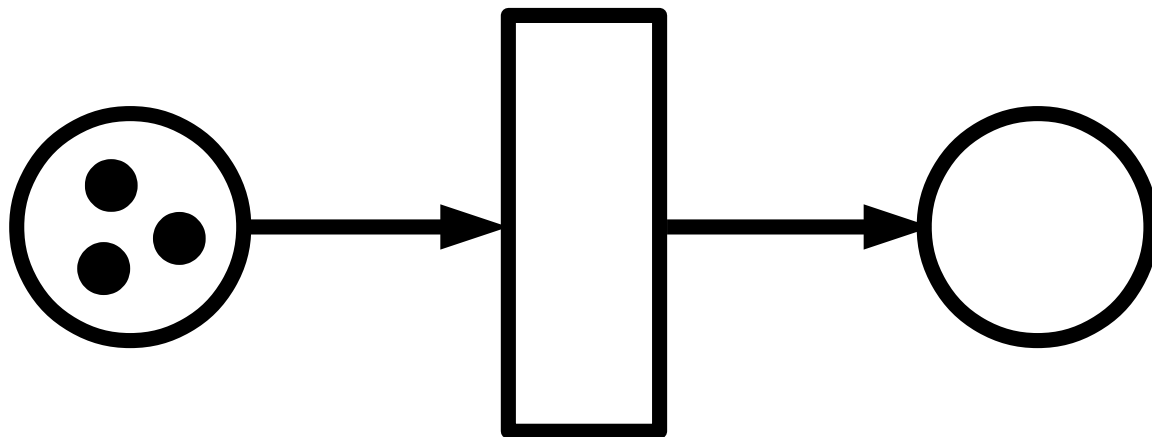
Sieci miejsc i tranzycji (PT-sieci)

- **Żywotność sieci:**

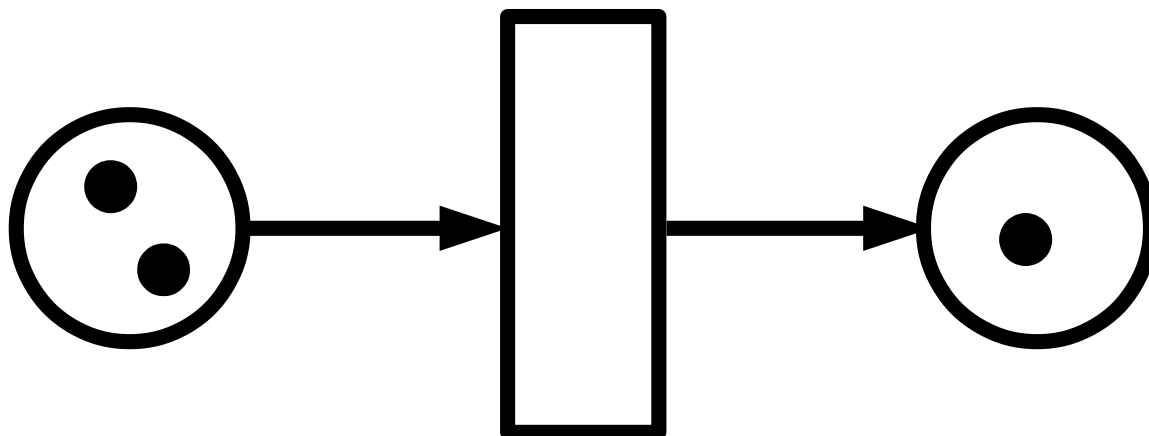
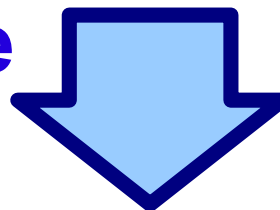
- Tranzycję t nazywamy żywą wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego znakowania M osiągalnego ze znakowania początkowego M_0 , istnieje znakowanie M' osiągalne ze znakowania M , przy którym tranzycja t jest gotowa do odpalenia.
- Zbiór tranzycji $T' \subseteq T$ nazywamy żywym, gdy każda tranzycja ze zbioru T' jest żywa.
- Sieć Petriego nazywamy żywą wtedy i tylko wtedy, gdy zbiór T wszystkich jej tranzycji jest żywy.

Sieci miejsc i tranzycji (PT-sieci)

Przykład 1:

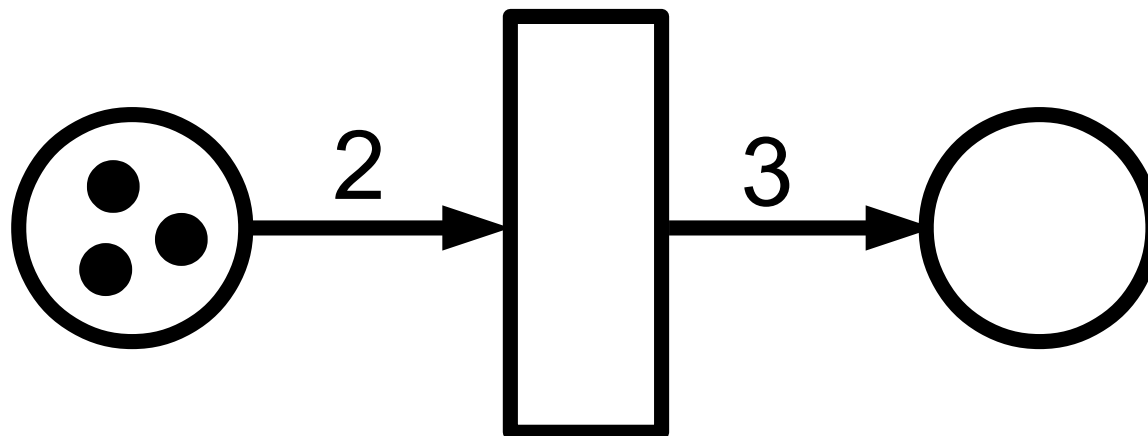


Odpalenie tranzycji powoduje
zmianę znakowania miejsc

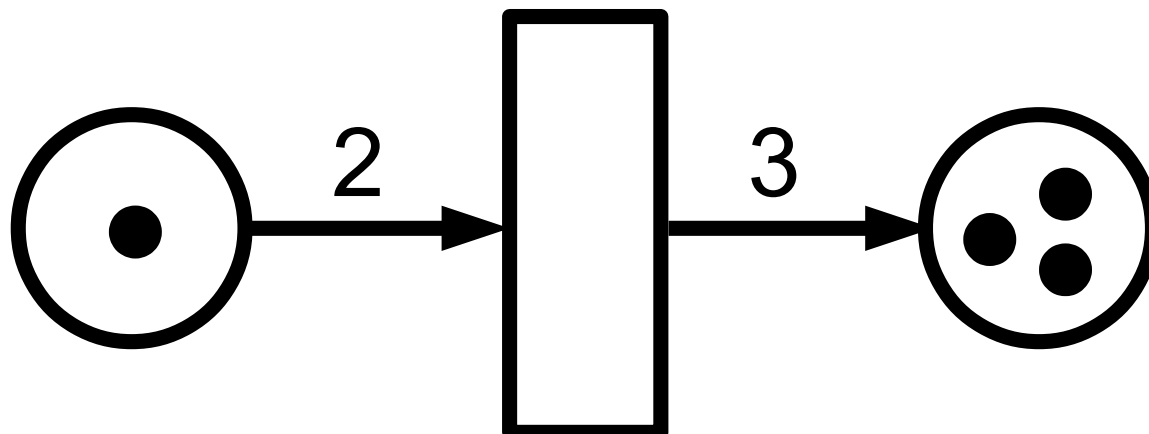
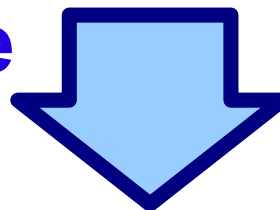


Sieci miejsc i tranzycji (PT-sieci)

Przykład 2:



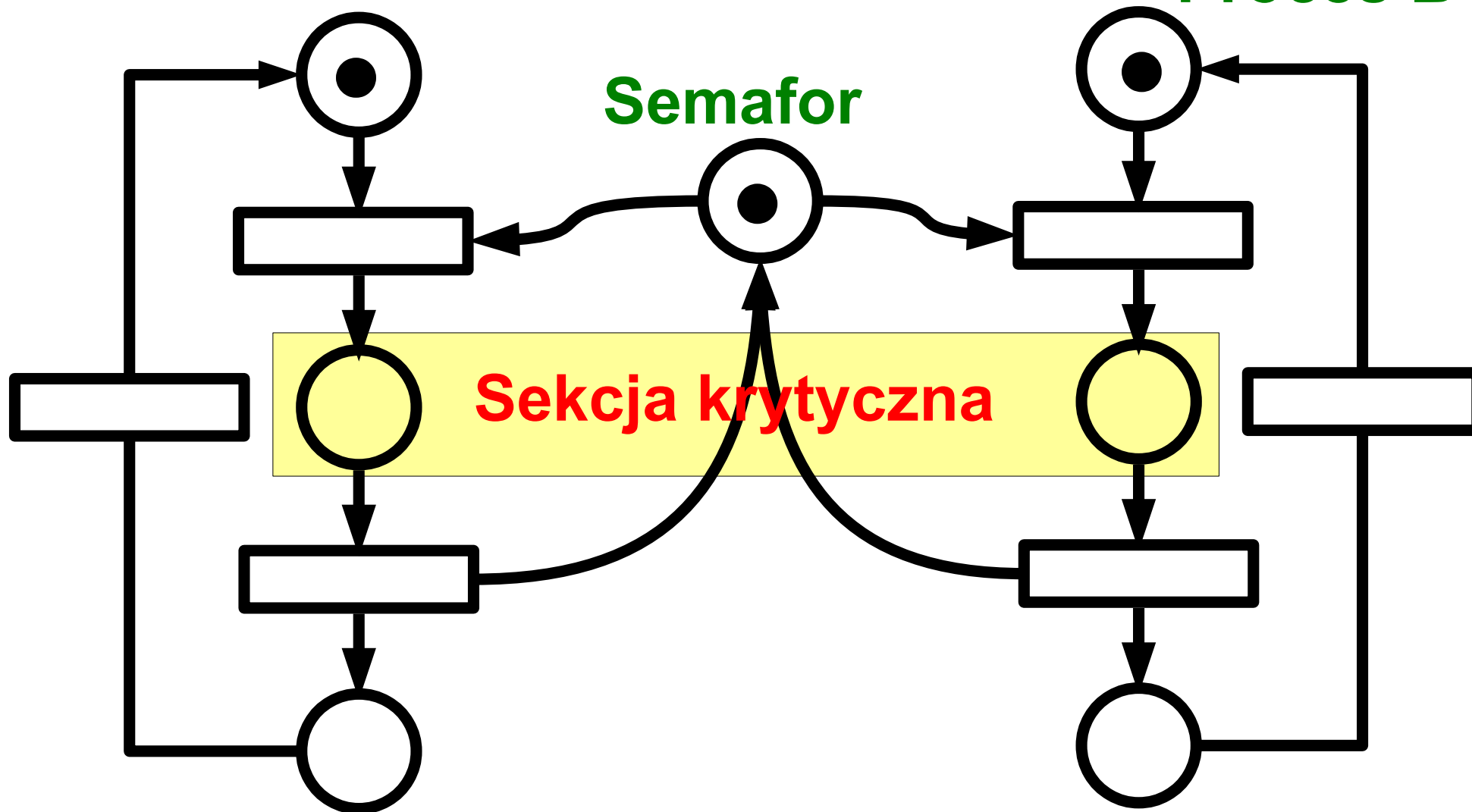
Odpalenie tranzycji powoduje zmianę znakowania miejsc



Sieci miejsc i tranzycji (PT-sieci)

Proces A

Proces B

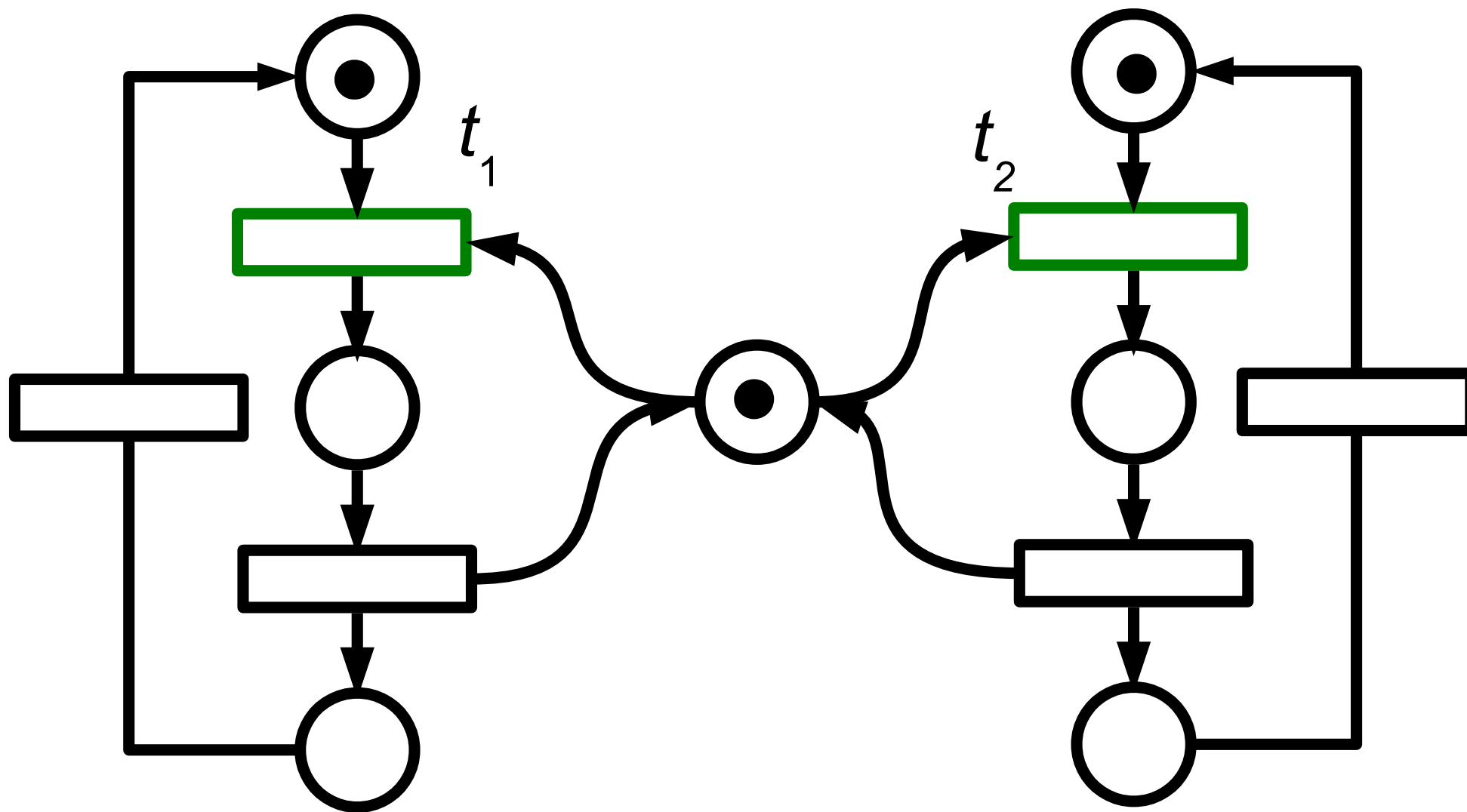


Krzysztof Pancierz

Programowanie współbieżne i rozproszone

Sieci miejsc i tranzycji (PT-sieci)

Tranzycje gotowe do odpalenia:

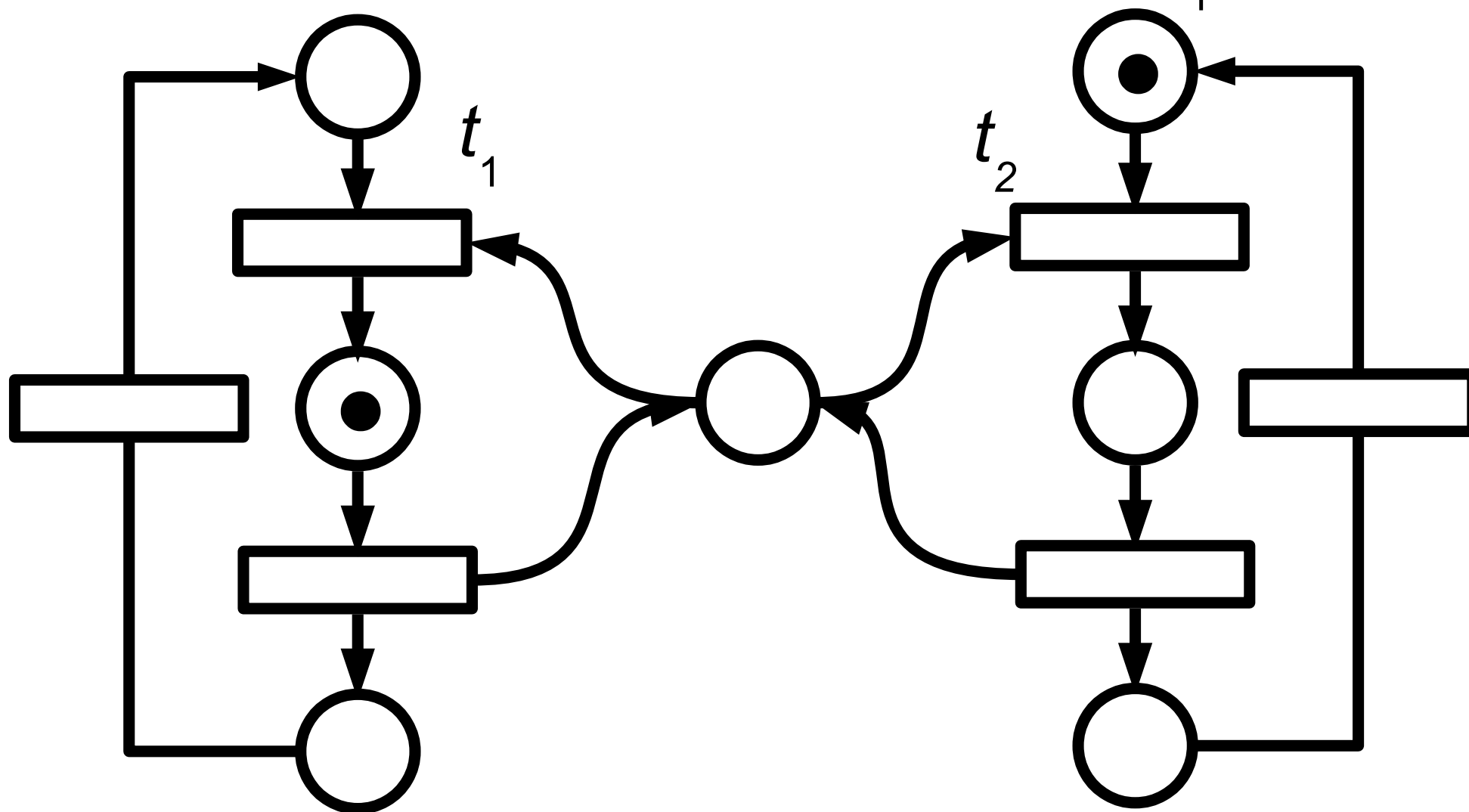


Krzysztof Pancierz

Programowanie współbieżne i rozproszone

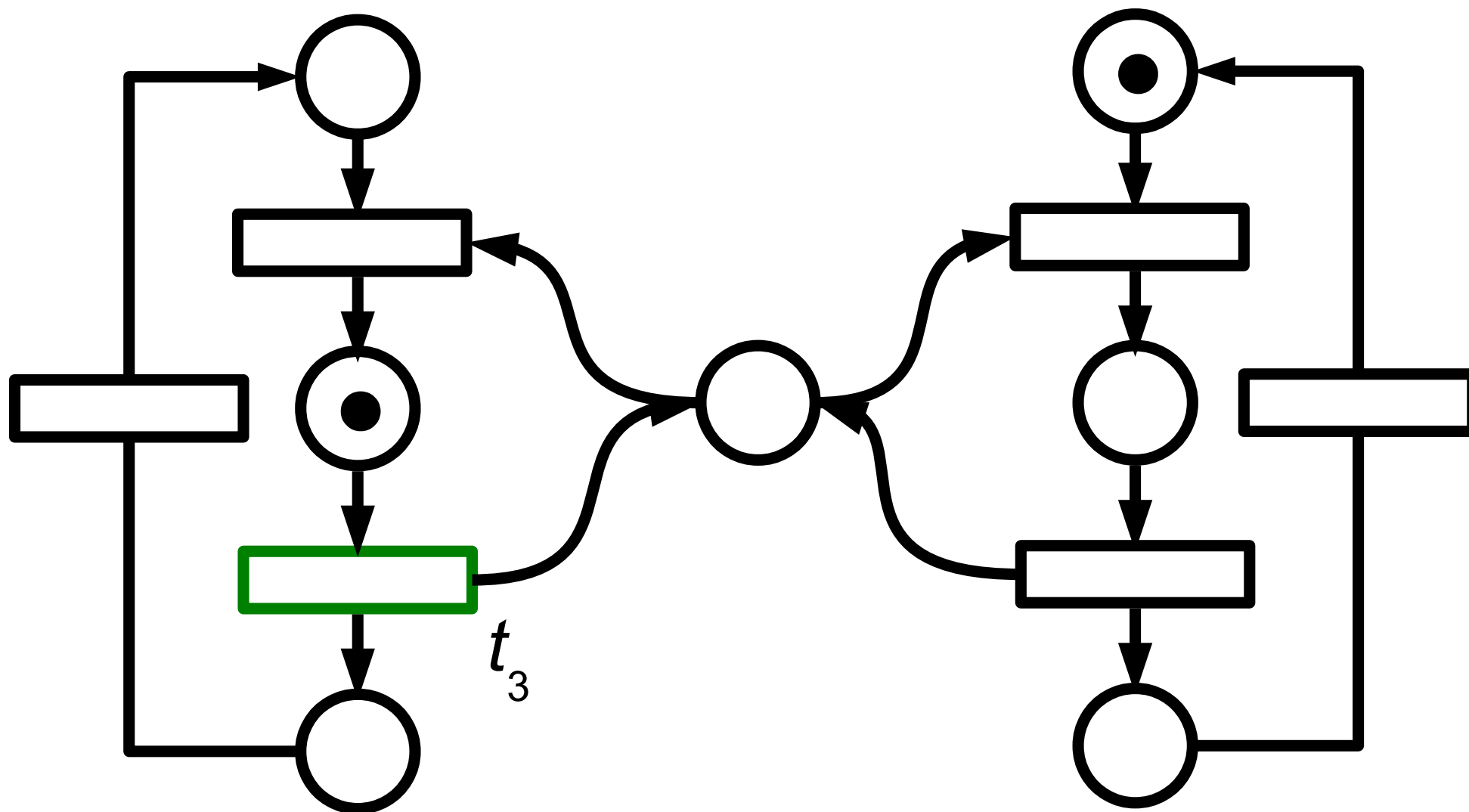
Sieci miejsc i tranzycji (PT-sieci)

Znakowanie po odpaleniu tranzycji t_1 :



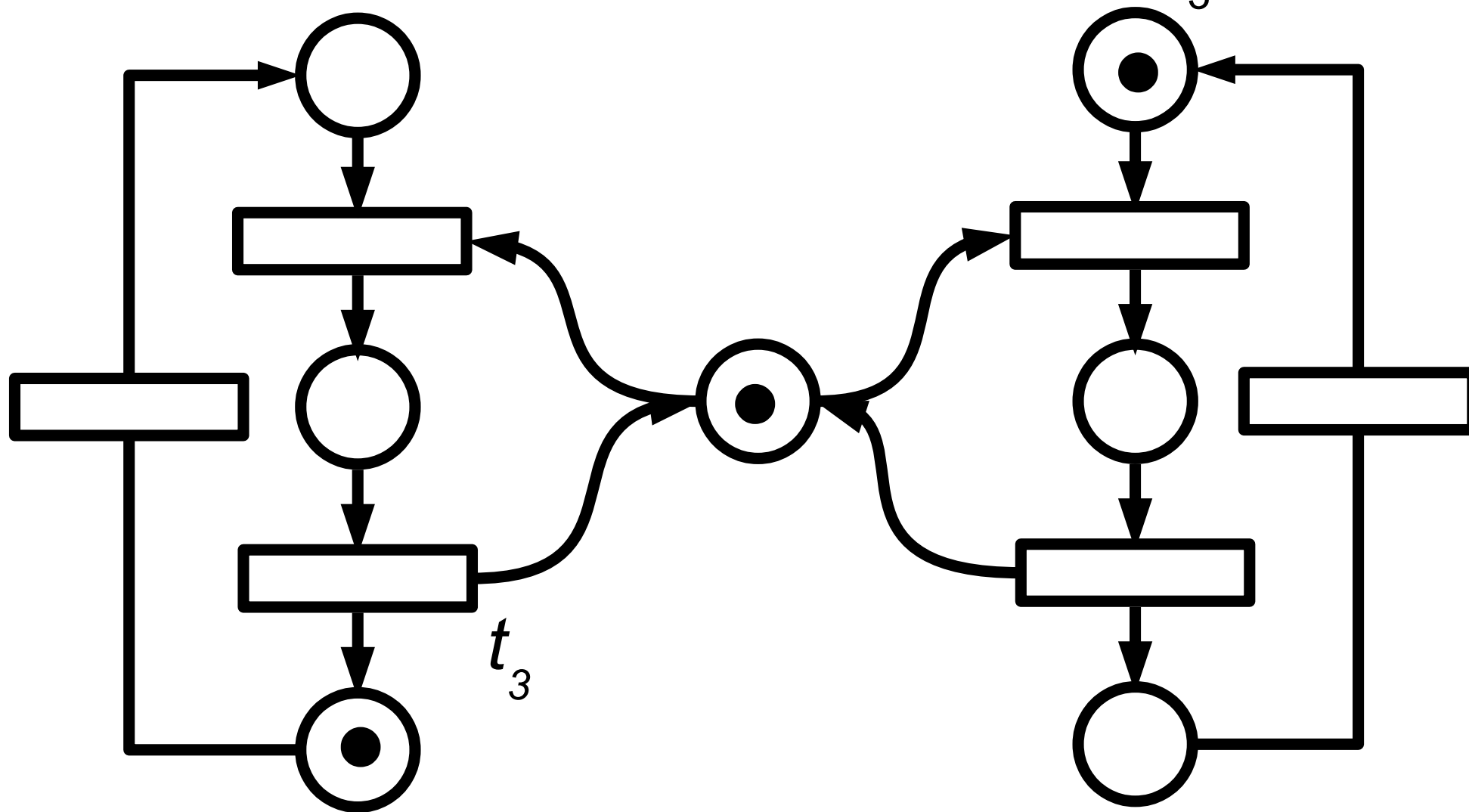
Sieci miejsc i tranzycji (PT-sieci)

Tranzycje gotowe do odpalenia:



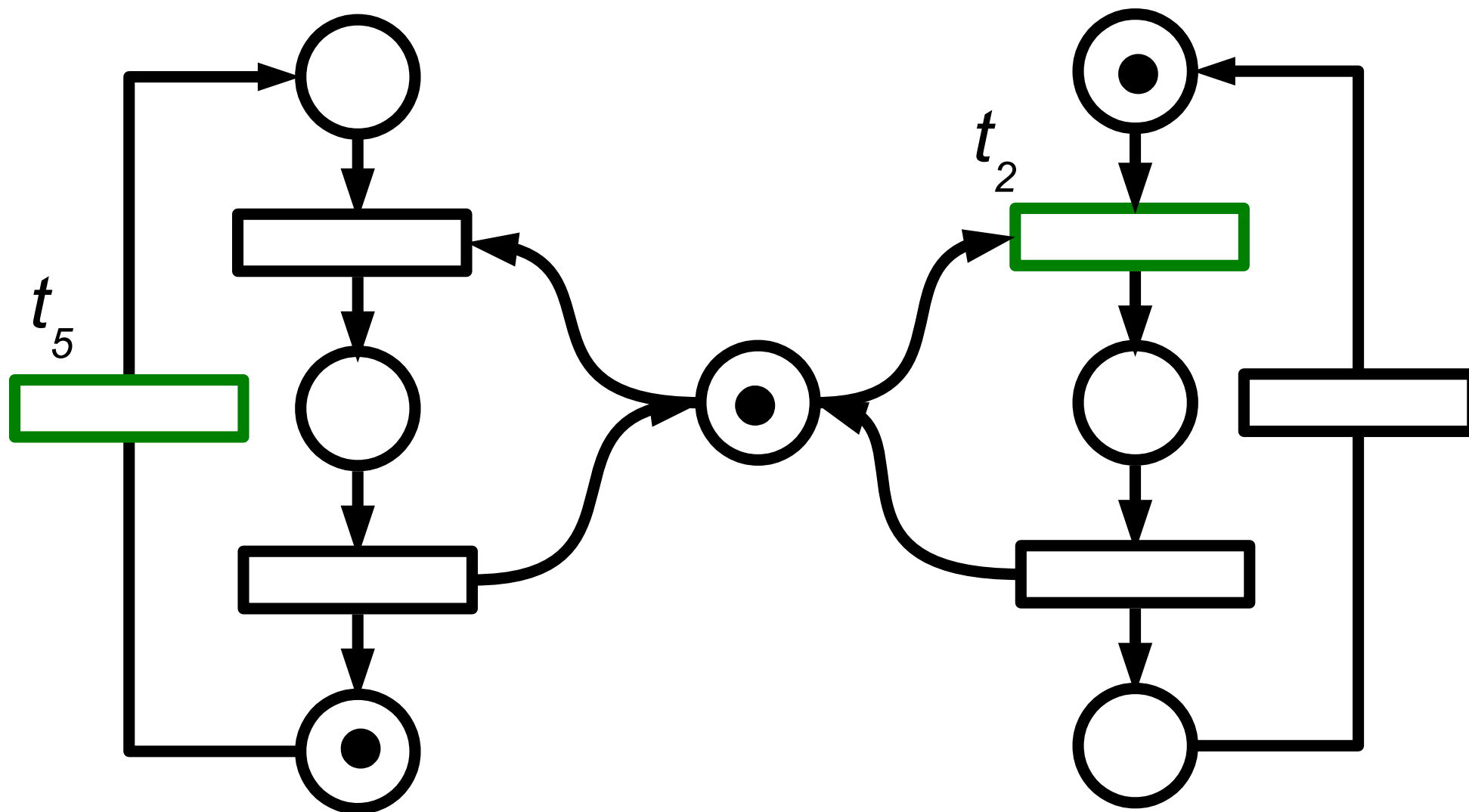
Sieci miejsc i tranzycji (PT-sieci)

Znakowanie po odpaleniu tranzycji t_3 :



Sieci miejsc i tranzycji (PT-sieci)

Tranzycje gotowe do odpalenia:



Sieci miejsc i tranzycji (PT-sieci)

Znakowanie po odpaleniu tranzycji t_2 :

