

# Sztuczna inteligencja

## WYKŁAD 4

# Zbiory przybliżone

- Teoria zbiorów przybliżonych została zaproponowana przez Zdzisława Pawlaka (1926 – 2006) na początku lat 80-tych XX wieku.
- Podstawowe pojęcia:
  - system informacyjny/decyzyjny,
  - relacja nierozróżnialności,
  - aproksymacja zbioru,
  - redukt
  - reguła decyzyjna minimalna.

# System informacyjny

$$S = (U, A)$$

*U – niepusty, skończony zbiór obiektów,  
A – niepusty, skończony zbiór atrybutów.*

*Każdy atrybut  $a \in A$  jest funkcją  $a : U \rightarrow V_a$ ,  
gdzie  $V_a$  jest zbiorem wartości atrybutu  $a$ .*

*$a(u)$  oznacza wartość atrybutu  $a$  dla obiektu  $u$ .*

# System informacyjny

<i>U/A</i>	<i>e</i>	<i>q</i>	<i>c</i>	<i>r</i>	<i>t</i>
<i>s1</i>	<i>high</i>	<i>good</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>no</i>
<i>s2</i>	<i>high</i>	<i>good</i>	<i>no</i>	<i>yes</i>	<i>no</i>
<i>s3</i>	<i>medium</i>	<i>good</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>
<i>s4</i>	<i>low</i>	<i>avg</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>
<i>s5</i>	<i>low</i>	<i>good</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>
<i>s6</i>	<i>high</i>	<i>avg</i>	<i>no</i>	<i>no</i>	<i>yes</i>

Obiekty:

- stores (sklepy): *s1*, *s2*, *s3*, *s4*, *s5*, *s6*

Atrybuty:

- *e* – empowerment of sales personnel (kompetencje personelu)
- *q* – quality of merchandise (jakość towarów)
- *c* – segmented customer-base (segmentacja klientów)
- *r* – good refund policy (dobra polityka zwrotów)
- *t* – high traffic location (lokalizacja w ruchliwym miejscu)

# System informacyjny

<i>U/A</i>	<i>e</i>	<i>q</i>	<i>c</i>	<i>r</i>	<i>t</i>
<i>s1</i>	<i>high</i>	<i>good</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>no</i>
<i>s2</i>	<i>high</i>	<i>good</i>	<i>no</i>	<i>yes</i>	<i>no</i>
<i>s3</i>	<i>medium</i>	<i>good</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>
<i>s4</i>	<i>low</i>	<i>avg</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>
<i>s5</i>	<i>low</i>	<i>good</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>
<i>s6</i>	<i>high</i>	<i>avg</i>	<i>no</i>	<i>no</i>	<i>yes</i>

$e(s1) = high$

$e(s2) = high$

$e(s3) = medium$

$e(s4) = low$

$e(s5) = low$

$e(s6) = high$

$U = \{s1, s2, s3, s4, s5, s6\}$

$A = \{e, q, c, r, t\}$

$V_e = \{low, medium, high\}$

$V_q = \{avg, good\}$

$V_c = V_r = V_t = \{no, yes\}$

# System decyzyjny

$$S = (U, A \cup D)$$

*U – niepusty, skończony zbiór obiektów,*

*A – niepusty, skończony zbiór atrybutów warunkowych,*

*D – niepusty, skończony zbiór atrybutów decyzyjnych.*

*W szczególności:*

$$S = (U, A \cup \{d\})$$

# System decyzyjny

<i>U/A</i>	<i>e</i>	<i>q</i>	<i>c</i>	<i>r</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
<i>s1</i>	<i>high</i>	<i>good</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>no</i>	<i>yes</i>
<i>s2</i>	<i>high</i>	<i>good</i>	<i>no</i>	<i>yes</i>	<i>no</i>	<i>no</i>
<i>s3</i>	<i>medium</i>	<i>good</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>
<i>s4</i>	<i>low</i>	<i>avg</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>
<i>s5</i>	<i>low</i>	<i>good</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>
<i>s6</i>	<i>high</i>	<i>avg</i>	<i>no</i>	<i>no</i>	<i>yes</i>	<i>no</i>

Atrybut decyzyjny: *p* – store profit (czy sklep przynosi zysk)

$$S = (U, A \cup \{p\})$$

$$U = \{s1, s2, s3, s4, s5, s6\}$$

$$A = \{e, q, c, r, t\}$$

$$V_p = \{no, yes\}$$

# Relacja nierozróżnialności

$S = (U, A)$  – system informacyjny

$B \subseteq A$

$Ind_B(S) = \{ (x, y) \in U \times U : a(x) = a(y) \text{ dla każdego } a \in B \}$

Jeśli  $(x, y) \in Ind_B(S)$ ,

wówczas obiekty  $x$  oraz  $y$  są nierozróżnialne ze względu na atrybuty ze zbioru  $B$ .



## Relacja nierozróżnialności

<i>U/A</i>	<i>e</i>	<i>q</i>	<i>c</i>	<i>r</i>	<i>t</i>
<i>s1</i>	<i>high</i>	<i>good</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>no</i>
<i>s2</i>	<i>high</i>	<i>good</i>	<i>no</i>	<i>yes</i>	<i>no</i>
<i>s3</i>	<i>medium</i>	<i>good</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>
<i>s4</i>	<i>low</i>	<i>avg</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>
<i>s5</i>	<i>low</i>	<i>good</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>
<i>s6</i>	<i>high</i>	<i>avg</i>	<i>no</i>	<i>no</i>	<i>yes</i>

$$B = \{e, q, c, r, t\}$$

$$\text{Ind}_B(S) = \{(s1, s1), (s2, s2), (s3, s3), (s4, s4), \\ (s5, s5), (s6, s6)\}$$

Wszystkie obiekty są pomiędzy sobą rozróżnialne.

# Relacja nierozróżnialności

<i>U/A</i>	<i>e</i>	<i>r</i>	<i>t</i>
<i>s1</i>	<i>high</i>	<i>yes</i>	<i>no</i>
<i>s2</i>	<i>high</i>	<i>yes</i>	<i>no</i>
<i>s3</i>	<i>medium</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>
<i>s4</i>	<i>low</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>
<i>s5</i>	<i>low</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>
<i>s6</i>	<i>high</i>	<i>no</i>	<i>yes</i>

$$B = \{e, r, t\}$$

$$\text{Ind}_B(S) = \{(s1, s1), (s2, s2), (s3, s3), (s4, s4), (s5, s5), (s6, s6), (s1, s2), (s2, s1), (s4, s5), (s5, s4)\}$$

# Klasy równoważności

$S = (U, A)$  – system informacyjny

$B \subseteq A$

$Ind_B(S)$  – relacja nierozróżnialności  
określona przez zbiór atrybutów  $B$

**Relacja nierozróżnialności jest relacją  
równoważności (tzn. jest zwrotna,  
symetryczna i przechodnia).**

$B(x)$  – klasa równoważności relacji  $Ind_B(S)$   
zawierająca obiekt  $x$ :

$$B(x) = \{ y \in U : (x, y) \in Ind_B(S) \}$$

# Klasy równoważności

U/A	e	r	t
s1	high	yes	no
s2	high	yes	no
s3	medium	yes	yes
s4	low	yes	yes
s5	low	yes	yes
s6	high	no	yes

$$B = \{e, r, t\}$$

$$B(s1) = B(s2) = \{s1, s2\}$$

$$B(s3) = \{s3\}$$

$$B(s4) = B(s5) = \{s4, s5\}$$

$$B(s6) = \{s6\}$$

# Aproksymacja zbioru

$S = (U, A)$  – system informacyjny

$$B \subseteq A$$

$$X \subseteq U$$

$B$  – dolne przybliżenie zbioru  $X$ :

$$\underline{B} X = \{ x \in U : B(x) \subseteq X \}$$

$B$  – górne przybliżenie zbioru  $X$ :

$$\overline{B} X = \{ x \in U : B(x) \cap X \neq \emptyset \}$$

# Aproksymacja zbioru

*Obszar B – pozytywny zbioru X :*

$$POS_B(X) = \underline{B} X$$

*Obszar B – brzegowy zbioru X :*

$$BN_B(X) = \overline{B} X - \underline{B} X$$

*Obszar B – negatywny zbioru X :*

$$NEG_B(X) = U - \overline{B} X$$

## Aproksymacja zbioru

- Obszar  $B$ -brzegowy zbioru  $X$  jest pusty  $\rightarrow$  zbiór  $X$  jest **dokładny** (*crisp*) ze względu na atrybuty ze zbioru  $B$ .
- Obszar  $B$ -brzegowy zbioru  $X$  nie jest pusty  $\rightarrow$  zbiór  $X$  jest **przybliżony** (*rough*) ze względu na atrybuty ze zbioru  $B$ .

# Aproksymacja zbioru

<i>U/A</i>	<i>e</i>	<i>r</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
<i>s1</i>	<i>high</i>	<i>yes</i>	<i>no</i>	<i>yes</i>
<i>s2</i>	<i>high</i>	<i>yes</i>	<i>no</i>	<i>no</i>
<i>s3</i>	<i>medium</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>
<i>s4</i>	<i>low</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>
<i>s5</i>	<i>low</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>
<i>s6</i>	<i>high</i>	<i>no</i>	<i>yes</i>	<i>no</i>

$$X_{profit} = \{s1, s3, s4, s5\}$$

$$X_{loss} = \{s2, s6\}$$



# Aproksymacja zbioru

U/A	e	r	t	p
s1	high	yes	no	yes
s2	high	yes	no	no
s3	medium	yes	yes	yes
s4	low	yes	yes	yes
s5	low	yes	yes	yes
s6	high	no	yes	no

*Klasy równoważności:*

$$B(s1) = B(s2) = \{s1, s2\}$$

$$B(s3) = \{s3\}$$

$$B(s4) = B(s5) = \{s4, s5\}$$

$$B(s6) = \{s6\}$$

*B-dolne przybliżenie zbioru  $X_{profit}$ :*

$$\underline{B} X_{profit} = \{s3, s4, s5\}$$

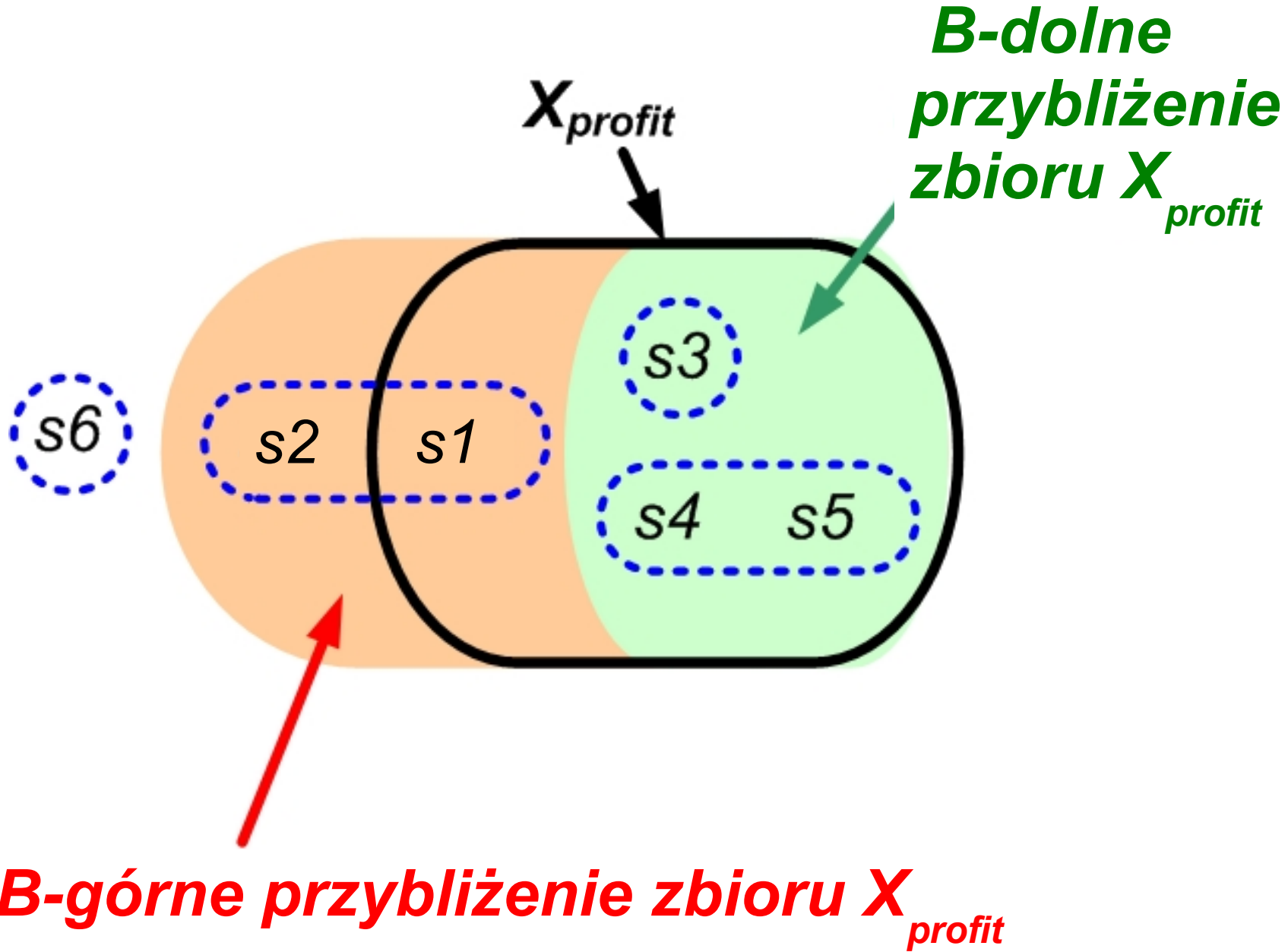
*B-górne przybliżenie zbioru  $X_{profit}$ :*

$$\overline{B} X_{profit} = \{s1, s2, s3, s4, s5\}$$

*B-brzeg zbioru  $X_{profit}$ :*

$$BN_B(X_{profit}) = \overline{B} X_{profit} - \underline{B} X_{profit} = \{s1, s2\}$$

# Aproksymacja zbioru

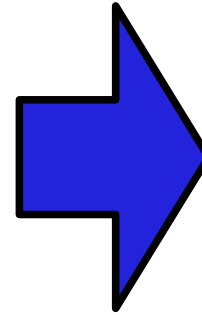


# Redukt

- Redukt jest minimalnym zbiorem atrybutów w systemie informacyjnym, takim że zachowana zostaje taka sama rozróżnialność obiektów jak dla całego zbioru atrybutów.

# Redukt

U/A	e	q	c	r	t
s1	high	good	yes	yes	no
s2	high	good	no	yes	no
s3	medium	good	yes	yes	yes
s4	low	avg	yes	yes	yes
s5	low	good	yes	yes	yes
s6	high	avg	no	no	yes



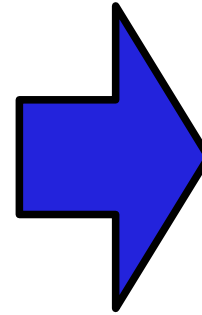
U/A	e	r	t
s1	high	yes	no
s2	high	yes	no
s3	medium	yes	yes
s4	low	yes	yes
s5	low	yes	yes
s6	high	no	yes

$$B = \{e, r, t\}$$

- **Wniosek:**  $B$  nie może być reduktem w systemie informacyjnym  $S$ .

# Redukt

U/A	e	q	c	r	t
s1	high	good	yes	yes	no
s2	high	good	no	yes	no
s3	medium	good	yes	yes	yes
s4	low	avg	yes	yes	yes
s5	low	good	yes	yes	yes
s6	high	avg	no	no	yes



U/A	e	q	c
s1	high	good	yes
s2	high	good	no
s3	medium	good	yes
s4	low	avg	yes
s5	low	good	yes
s6	high	avg	no

$$C = \{e, q, c\}$$

- **Wniosek:** C może być reduktem w systemie informacyjnym S.

# Redukt

$$C = \{e, q, c\}$$

U/A	e	q	c
s1	high	good	yes
s2	high	good	no
s3	medium	good	yes
s4	low	avg	yes
s5	low	good	yes
s6	high	avg	no

• **Wniosek:** C jest reduktem w systemie informacyjnym S.

U/A	q	c
s1	good	yes
s2	good	no
s3	good	yes
s4	avg	yes
s5	good	yes
s6	avg	no

U/A	e	c
s1	high	yes
s2	high	no
s3	medium	yes
s4	low	yes
s5	low	yes
s6	high	no

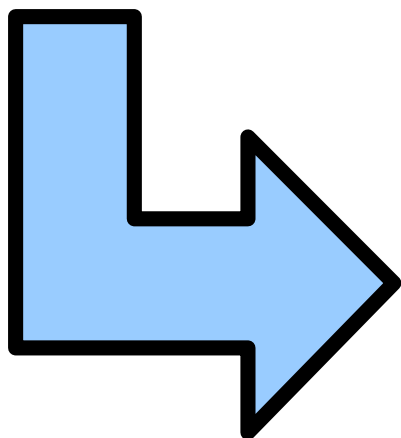
U/A	e	q
s1	high	good
s2	high	good
s3	medium	good
s4	low	avg
s5	low	good
s6	high	avg

## Obliczanie reduktów

- Obliczanie reduktów jest problemem NP-trudnym.
- Do obliczania reduktów wykorzystywana jest **macierz rozróżnialności**.
- Dla systemu informacyjnego  $S=(U,A)$ , gdzie  $card(U)=n$ , macierz rozróżnialności  $DM$  jest macierzą  $n \times n$ . Element  $m_{ij}$  macierzy  $DM$  jest zbiorem wszystkich atrybutów rozróżniających obiekty  $u_i$  oraz  $u_j$ .

# Obliczanie reduktów

<i>U/A</i>	<i>e</i>	<i>q</i>	<i>c</i>	<i>r</i>	<i>t</i>
<i>s1</i>	<i>high</i>	<i>good</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>no</i>
<i>s2</i>	<i>high</i>	<i>good</i>	<i>no</i>	<i>yes</i>	<i>no</i>
<i>s3</i>	<i>medium</i>	<i>good</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>
<i>s4</i>	<i>low</i>	<i>avg</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>
<i>s5</i>	<i>low</i>	<i>good</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>
<i>s6</i>	<i>high</i>	<i>avg</i>	<i>no</i>	<i>no</i>	<i>yes</i>



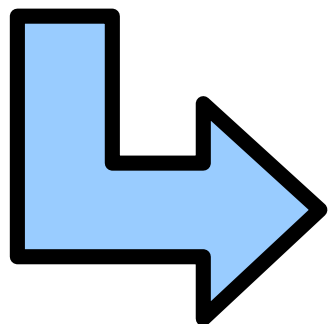
**macierz  
rozróżnialności**

<i>U/A</i>	<i>s1</i>	<i>s2</i>	<i>s3</i>	<i>s4</i>	<i>s5</i>	<i>s6</i>
<i>s1</i>						
<i>s2</i>	<i>c</i>					
<i>s3</i>	<i>e, t</i>	<i>e, c, t</i>				
<i>s4</i>	<i>e, q, t</i>	<i>e, c, t</i>	<i>e, q</i>			
<i>s5</i>	<i>e, t</i>	<i>e, c, t</i>	<i>e</i>	<i>q</i>		
<i>s6</i>	<i>q, c, r, t</i>	<i>q, r, t</i>	<i>e, q, c, r</i>	<i>e, c, r</i>	<i>e, q, c, r</i>	



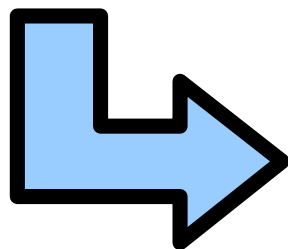
# Obliczanie reduktów

U/A	s1	s2	s3	s4	s5	s6
s1						
s2	c					
s3	e, t	e, c, t				
s4	e, q, t	e, c, t	e, q			
s5	e, t	e, c, t	e	q		
s6	q, c, r, t	q, r, t	e, q, c, r	e, c, r	e, q, c, r	



$$\begin{aligned}
 & c \wedge (e \vee t) \wedge (e \vee c \vee t) \wedge (e \vee q \vee t) \wedge (e \vee c \vee t) \wedge \\
 & \wedge (e \vee q) \wedge (e \vee t) \wedge (e \vee c \vee t) \wedge e \wedge q \wedge \\
 & \wedge (q \vee r \vee c \vee t) \wedge (q \vee r \vee t) \wedge (e \vee q \vee c \vee r) \wedge \\
 & \wedge (e \vee c \vee r) \wedge (e \vee q \vee c \vee r)
 \end{aligned}$$

**funkcja rozróżnialności**

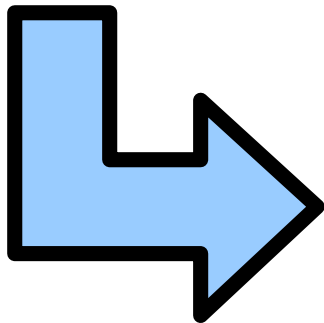


$$e \wedge q \wedge c$$

**minimalna postać sumy iloczynów,  
każdy implikant pierwszy jest  
reduktem**

# Redukty względem atrybutu decyzyjnego

<i>U/A</i>	<i>e</i>	<i>q</i>	<i>c</i>	<i>r</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
<i>s1</i>	<i>high</i>	<i>good</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>no</i>	<i>yes</i>
<i>s2</i>	<i>high</i>	<i>good</i>	<i>no</i>	<i>yes</i>	<i>no</i>	<i>no</i>
<i>s3</i>	<i>medium</i>	<i>good</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>
<i>s4</i>	<i>low</i>	<i>avg</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>
<i>s5</i>	<i>low</i>	<i>good</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>
<i>s6</i>	<i>high</i>	<i>avg</i>	<i>no</i>	<i>no</i>	<i>yes</i>	<i>no</i>



<i>U/A</i>	<i>c</i>	<i>p</i>
<i>s1</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>
<i>s2</i>	<i>no</i>	<i>no</i>
<i>s3</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>
<i>s4</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>
<i>s5</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>
<i>s6</i>	<i>no</i>	<i>no</i>

- Atrybut *c* umożliwia podjęcie takiej samej decyzji jak cały zbiór atrybutów.
- **Atrybut *c* jest reduktem ze względu na atrybut decyzyjny *p*.**

# Reguły

- Reguły umożliwiają reprezentację wiedzy.
- Przykładowe zapisy reguł:

*zbiór warunków => decyzja*

**IF** *zbiór warunków* **THEN** *decyzja*

# Reguły

<b>U/A</b>	<b>e</b>	<b>q</b>	<b>c</b>	<b>r</b>	<b>t</b>
<b>s1</b>	<i>high</i>	<i>good</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>no</i>
<b>s2</b>	<i>high</i>	<i>good</i>	<i>no</i>	<i>yes</i>	<i>no</i>
<b>s3</b>	<i>medium</i>	<i>good</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>
<b>s4</b>	<i>low</i>	<i>avg</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>
<b>s5</b>	<i>low</i>	<i>good</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>
<b>s6</b>	<i>high</i>	<i>avg</i>	<i>no</i>	<i>no</i>	<i>yes</i>

$$(e, \textit{medium}) \Rightarrow (r, \textit{yes})$$

$$(e, \textit{high}) \wedge (q, \textit{good}) \Rightarrow (t, \textit{no})$$

$$(q, \textit{good}) \vee (c, \textit{yes}) \Rightarrow (t, \textit{yes}) \vee (t, \textit{no})$$

# Reguły decyzyjne

U/A	e	q	c	r	t	p
s1	high	good	yes	yes	no	yes
s2	high	good	no	yes	no	no
s3	medium	good	yes	yes	yes	yes
s4	low	avg	yes	yes	yes	yes
s5	low	good	yes	yes	yes	yes
s6	high	avg	no	no	yes	no

$(e, high) \wedge (q, good) \wedge (c, yes) \wedge (r, yes) \wedge (t, no) \Rightarrow (p, yes)$

$(e, high) \wedge (q, avg) \wedge (c, no) \wedge (r, no) \wedge (t, yes) \Rightarrow (p, no)$

# Reguły decyzyjne

U/A	e	r	t	p
s1	high	yes	no	yes
s2	high	yes	no	no
s3	medium	yes	yes	yes
s4	low	yes	yes	yes
s5	low	yes	yes	yes
s6	high	no	yes	no

$$(e, high) \wedge (r, yes) \wedge (t, no) \Rightarrow (p, yes)$$

$$(e, high) \wedge (r, yes) \wedge (t, no) \Rightarrow (p, no)$$

$$(e, medium) \wedge (r, yes) \wedge (t, yes) \Rightarrow (p, yes)$$

$$(e, low) \wedge (r, yes) \wedge (t, yes) \Rightarrow (p, yes)$$

$$(e, low) \wedge (r, yes) \wedge (t, yes) \Rightarrow (p, yes)$$

$$(e, high) \wedge (r, no) \wedge (t, yes) \Rightarrow (p, no)$$

**reguły  
sprzeczne**

**reguły  
niesprzeczne**

# Reguły decyzyjne

- Reguła:  $r : \Psi \Rightarrow \Phi$
- **Pewność reguły:**  $cer_r = \frac{LR}{L}$ 
  - $LR$  - liczba obiektów spełniających obie części reguły  $\Psi$  oraz  $\Phi$
  - $L$  – liczba obiektów spełniających lewą część reguły  $\Psi$
- $cer_r = 1 \rightarrow$  **reguła pewna**
- $cer_r < 1 \rightarrow$  **reguła niepewna**

# Reguły decyzyjne

U/A	e	q	c	r	t	p
s1	high	good	yes	yes	no	yes
s2	high	good	no	yes	no	no
s3	medium	good	yes	yes	yes	yes
s4	low	avg	yes	yes	yes	yes
s5	low	good	yes	yes	yes	yes
s6	high	avg	no	no	yes	no

$$(e, high) \wedge (q, good) \Rightarrow (p, yes)$$

← reguła decyzyjna  
niepewna

- Obiekty spełniające lewą część reguły: s1, s2
- Obiekty spełniające obie części reguły: s1

$$L = 2$$

$$LR = 1$$

$$cer_r = 0.5$$



# Reguły decyzyjne

<i>U/A</i>	<i>e</i>	<i>q</i>	<i>c</i>	<i>r</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
<i>s1</i>	<i>high</i>	<i>good</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>no</i>	<i>yes</i>
<i>s2</i>	<i>high</i>	<i>good</i>	<i>no</i>	<i>yes</i>	<i>no</i>	<i>no</i>
<i>s3</i>	<i>medium</i>	<i>good</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>
<i>s4</i>	<i>low</i>	<i>avg</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>
<i>s5</i>	<i>low</i>	<i>good</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>	<i>yes</i>
<i>s6</i>	<i>high</i>	<i>avg</i>	<i>no</i>	<i>no</i>	<i>yes</i>	<i>no</i>

$$(q, good) \wedge (t, yes) \Rightarrow (p, yes)$$

← reguła decyzyjna  
pewna

- Obiekty spełniające lewą część reguły: *s3*, *s5*
- Obiekty spełniające obie części reguły: *s3*, *s5*

$$L = 2$$
$$LR = 2$$
$$cer_r = 1$$

# Reguły decyzyjne minimalne

- Dana jest reguła pewna  $r$ :

$$(a_{i1}, v_{i1}) \wedge (a_{i2}, v_{i2}) \wedge \dots \wedge (a_{ik}, v_{ik}) \Rightarrow (a_d, v_d)$$

- Reguła pewna  $r$  jest regułą minimalną jeśli usunięcie dowolnej pary atrybut-wartość z lewej części reguły spowoduje, że reguła  $r$  przestanie być regułą pewną.

# Reguły decyzyjne minimalne

U/A	e	q	c	r	t	p
s1	high	good	yes	yes	no	yes
s2	high	good	no	yes	no	no
s3	medium	good	yes	yes	yes	yes
s4	low	avg	yes	yes	yes	yes
s5	low	good	yes	yes	yes	yes
s6	high	avg	no	no	yes	no

$$(q, \text{good}) \wedge (t, \text{yes}) \Rightarrow (p, \text{yes})$$

← reguła decyzyjna minimalna

$$(q, \text{good}) \Rightarrow (p, \text{yes}) \quad \leftarrow \text{reguła niepewna}$$

$$(t, \text{yes}) \Rightarrow (p, \text{yes}) \quad \leftarrow \text{reguła niepewna}$$